

**UNIVERSITE SIDI MOHAMED BEN ABDELLAH
FACULTE DES SCIENCES DHAR EL MAHRAZ
FES**



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mme(elle) : **EL HAMDAOUI Bouchra**

Soutiendra : **le samedi 08/12/2018 à 10h** Lieu : **Salle réunion de Géologie**

une thèse intitulée :

Etude de certains problèmes paraboliques non- linéaires à exposant variable

En vue d’obtenir le Doctorat

FD : Mathématiques et Applications (MA)

Spécialité: Equations aux dérivées partielles (EDP)

Devant le jury composé comme suit :

	NOM ET PRENOM	GRADE	ETABLISSEMENT
Président	Pr. TOUZANI Abdelfattah	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Directeur de thèse	Pr. BENNOUNA Jaouad	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Rapporteurs	Pr. REDWANE Hicham	PES	Faculté des Sciences Juridiques - Settat
	Pr. ZITI Chrif	PES	Faculté des Sciences - Meknès
	Pr. AKDIM Youssef	PES	Faculté des Sciences Dhar El Mahraz - Fès
Membres	Pr . AZROUL Elhousseine	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
	Pr . WARDI Souad	PES	Faculté des Sciences Dhar ElMahraz - Fès
	Pr . YOUSSEFI Ahmed	PH	ENSA-Fès
Invité	Pr . ABERQI Ahmed	PA	ENSA-Fès

Résumé

L'objectif de ce travail est l'étude de certains problèmes des équations aux dérivées partielles non-linéaires de type parabolique dans le cadre des espaces de Lebesgue et de Sobolev à exposant variable. Cette thèse composée de cinq chapitres, présente des résultats d'existence de solutions entropiques et renormalisées pour quatre problèmes non linéaires du type mentionnés ci-dessus. Après un bref exposé de quelques définitions et résultats nécessaires à la suite du travail, nous étudions dans le chapitre 2 un résultat d'existence de solutions renormalisées pour le problème parabolique associé à

$$\text{l'équation : } \frac{\partial b(u)}{\partial t} + Au + \text{div}(\phi(x,t,u)) = f - \text{div}F \quad \text{dans } Q_T = \Omega \times (0,T)$$

Où $Au = \text{div}(a(x,t,\nabla u))$ est un opérateur de type Leary- Lions, $\phi(x,t,u)$

est une fonction de carathéodory continue en u sur \mathbb{R} , avec $f \in L^1(Q)$ et $F \in (L^{p(\cdot)}(Q))^N$. Dans le même axe, au chapitre 3, nous étudions le problème associé à l'équation :

$$\frac{\partial b(x,u)}{\partial t} - \text{div}(a(x,t,u,\nabla u)) + \text{div}(\phi(x,t,u)) + H(x,t,\nabla u) = f - \text{div}F \quad \text{dans } Q_T$$

Où la non linéarité H satisfait seulement la condition de croissance. En suite dans le chapitre 4, nous étudions le système de type suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1(x,u_1)}{\partial t} - \text{div}(a(x,t,u_1,\nabla u_1)) + \text{div}(\phi_1(x,t,u_1)) = f_1(x,u_1,u_2) - \text{div}(F_1) & \text{dans } Q_T \\ \frac{\partial b_2(x,u_2)}{\partial t} - \text{div}(a(x,t,u_2,\nabla u_2)) + \text{div}(\phi_2(x,t,u_2)) = f_2(x,u_1,u_2) - \text{div}(F_2) & \text{dans } Q_T \end{cases}$$

Le dernier résultat, présente au chapitre 5, est l'existence d'une solution entropique d'un problème non homogène à obstacle associé l'équation :

$$\begin{cases} u \geq \psi & p.p \quad Q_T \\ \frac{\partial b(x,u)}{\partial t} - \text{div}(a(x,t,u,\nabla u)) + \text{div}(\phi(x,t,u)) = f & \text{dans } Q_T \end{cases}$$

Mots clés :

Espaces de Sobolev à exposant variable. Inégalité de Young. Problèmes Paraboliques Unilatérale. Solutions Renormalisées. Solutions Entropiques. Méthode de Pénalisations.

Some nonlinear parabolic problems with exponent variable

Abstract :

-The objective of this work is the study of some problems nonlinear partial differential equations parabolic type in the functional framework involves Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponent.

This thesis is composed of five chapters, presents the results of the existence of solutions entropic and renormalized for four nonlinear problems of the type mentioned above.

After a brief presentation of some definitions and results necessary for the continuation of this work, we study in chapter 2, an existence result of a renormalized solution for the parabolic problem associated with the equation :

$$\frac{\partial b(u)}{\partial t} + Au + \text{div}(\phi(x,t,u)) = f - \text{div}F \quad \text{dans } Q = \Omega \times (0,T)$$

where $Au = \text{div}(a(x,t,\nabla u))$ is the operator derivative partial type Leary-Lions, the function $\phi(x,t,u)$ is a Caratheodory assumed to be continuous on u and $f \in L^1(Q)$ and $F \in (L^{p(\cdot)}(Q))^N$.

We prove in Chapter 3 the existence of renormalized solution for an parabolic problem associated with the equation : .where the nonlinear term H satisfies only the growth condition. Then in chapter 4, we study this problem of the type :

$$\begin{cases} \frac{\partial b_1(x, u_1)}{\partial t} - \operatorname{div}(a(x, t, u_1, \nabla u_1)) + \operatorname{div}(\phi_1(x, t, u_1)) = f_1(x, u_1, u_2) - \operatorname{div}(F_1) & \text{in } Q_T \\ \frac{\partial b_2(x, u_2)}{\partial t} - \operatorname{div}(a(x, t, u_2, \nabla u_2)) + \operatorname{div}(\phi_2(x, t, u_2)) = f_2(x, u_1, u_2) - \operatorname{div}(F_2) & \text{in } Q_T \end{cases}$$

The last result. presented in Chapter 5, is existence of an entropy solution of the following problem :

$$\begin{cases} u \geq \psi & \text{a.e } Q_T \\ \frac{\partial b(x, u)}{\partial t} - \operatorname{div}(a(x, t, u, \nabla u)) + \operatorname{div}(\varphi(x, t, u)) = f & \text{in } Q_T \end{cases}$$

Key Words :

Sobolev Space with Variable Exponent. Young's Inequality. Parabolics Problems. Renormalized Solutions. Entropy Solutions. Penalized Methods.